MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una tarea de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Apartado 1 (Bloque A+D) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes tareas (1A o 1B):

1A) Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{con } a \in \mathbb{R}.$$

a) [0,75 puntos] Estudia el rango de AB, en función de los valores de a.

b) [0,75 puntos] Estudia el rango de BA, en función de los valores de a.

c) [1 punto] Considera $a = 1$. Calcula, si es posible, la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial: $BAX = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

1B) Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y + z & = & 4 \\ (a-1)x - 3z & = & 2 \\ y + (a^2 + a + 1)z & = & 0 \end{cases}$$

dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

a) [1,5 puntos] Determina los valores de a para los cuales el sistema es compatible.

b) [0,5 puntos] Considera $a = -1$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

c) [0,5 puntos] Considera $a = 2$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

Apartado 2 (Bloque B) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (2A o 2B):

2A) Considera la siguiente función: $f(x) = e^{-2x}\left(x^2 - 3x + \frac{3}{2}\right)$

a) [1 punto] Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) [0,75 puntos] Determina, si existen, los puntos de inflexión de $f(x)$.

c) [0,75 puntos] Si existen, halla las asíntotas horizontales de $f(x)$.

2B) Considera las siguiente funciones: $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = 1 - x^2$.

a) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte de $g(x)$ con el eje de abscisas OX.

b) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte de $f(x)$ con $g(x)$.

c) [1,5 puntos] Calcula el área delimitada por $f(x)$, $g(x)$ y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Apartado 3 (Bloque C) [2,5 puntos].

3) Considera la recta $r:\ \begin{cases} x - 2z - 2 & = & 0 \\ y + z & = & 3 \end{cases}$ y el punto $P = (-3, 2, 2)$.

a) [0,5 puntos] Expresa la recta r en forma continua.

b) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P.

c) [1 punto] Calcula la distancia entre r y P.

Apartado 4 (Bloque E) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (4A o 4B):

4A) Se tienen dos urnas con bolas rojas y bolas verdes. En la urna A hay un total de 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. En la urna B hay un total de 4 bolas verdes y 2 bolas rojas.

a) [0,5 puntos] Si se sacan al azar dos bolas de la urna A, a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos bolas rojas?

b) [0,5 puntos] Si se saca una sola bola de una urna elegida al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?

c) [1,5 puntos] Si se saca una bola verde de una urna escogida al azar, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido la urna A?

4B) En una población, el 85% de las personas son rubias. Además, su altura se distribuye según una distribución normal de media 170 cm y desviación típica de 16 cm.

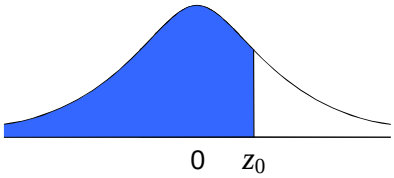
a) [0,5 puntos] Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar mida más de 190 cm.

b) [1 punto] Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar mida entre 160 y 190 cm.

c) [1 punto] Sabiendo que solo el 12% de las personas rubias de la población mide más de 190 cm, calcula la probabilidad de que, escogiendo a una persona al azar, esta sea rubia y mida más de 190 cm.

Tabla de la distribución normal N(0,1)

$$P(z \le z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	**0,0**
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	**0,1**
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	**0,2**
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	**0,3**
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	**0,4**
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	**0,5**
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	**0,6**
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	**0,7**
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	**0,8**
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	**0,9**
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	**1,0**
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	**1,1**
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	**1,2**
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	**1,3**
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	**1,4**
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	**1,5**
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	**1,6**
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	**1,7**
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	**1,8**
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	**1,9**
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	**2,0**
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	**2,1**
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	**2,2**
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	**2,3**
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	**2,4**
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	**2,5**
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	**2,6**
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	**2,7**
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	**2,8**
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	**2,9**
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	**3,0**
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	**3,1**
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	**3,2**
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	**3,3**
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	**3,4**
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	**3,5**
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	**3,6**
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	**3,7**
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	**3,8**
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	**3,9**