GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

- El examen costa de cinco problemas:
  - **El Problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.**
  - **Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.**
- En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
  - pantalla gráfica
  - posibilidad de trasmitir datos
  - programable
  - resolución de ecuaciones
  - operaciones con matrices
  - cálculo de determinantes
  - derivadas e integrales
  - almacenamiento de datos alfanuméricos.
- **Observación importante**: No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.
- **No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.**

PROBLEMA 1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

La creación de una nueva fragancia requiere paciencia, una buena nariz y el conocimiento especial de la proporción justa de esencias de plantas y disolventes, como el alcohol etílico o el agua.

La elaboración empieza con la disolución del alcohol con un poco de agua. Después se agrega el deseado aceite esencial a base de extractos de flores y se mezcla todo para que macere. El alcohol etílico es el componente principal de los perfumes en cuanto a concentración. Es la sustancia que diluye el concentrado del perfume para que pueda aplicarse sobre la piel.

Una empresa fabrica dos tipos de perfume: A y B. El perfume A contiene un 5 % de extracto de rosas y un 10 % de alcohol por litro, mientras que un litro del perfume B se fabrica con un 10 % de extracto de rosas y un 15 % de alcohol.

A mayor porcentaje de alcohol en la mezcla con los extractos de rosas, más volátil es la fragancia, menos fijación tiene y menor es su intensidad, siendo, por tanto, de una menor calidad. Así, el precio de venta del perfume A es de 24 €/ L y el del perfume B es de 40 €/ L.

La empresa quiere organizar la producción de forma óptima a partir de su disponibilidad de materia prima, que en un mes cualquiera es de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol.

a) $[\![\, 2\ puntos \,]\!]$ ¿Cuántos litros de cada perfume convendría fabricar para que el ingreso por la venta de la producción sea máximo?

b) $[\![\, 0,5\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál sería dicho ingreso?

PROBLEMA 2

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2

APARTADO 2.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

El cajero automático de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero automático nos ha entregado exactamente 8 billetes. Además, el número de billetes de 10 euros es el doble que el de 20 euros.

a) $[\![\, 1\ punto \,]\!]$ Plantea el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero automático.

b) $[\![\, 1,5\ puntos \,]\!]$ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

APARTADO 2.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

a) $[\![\, 0,4\ puntos \,]\!]$ Exprésalo a través de una ecuación matricial.

b) $[\![\, 0,8\ puntos \,]\!]$ ¿La matriz de los coeficientes posee inversa? Razona tu respuesta.

c) $[\![\, 1,3\ puntos \,]\!]$ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

PROBLEMA 3

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2

APARTADO 3.1 $[\![\ 2,5\ puntos\ ]\!]$

Se ha observado que las ganancias/pérdidas obtenidas en un juego determinado están relacionadas con el tiempo invertido en el mismo, y que se expresan a través de la siguiente función:

$$G(t) = \frac{100\,t}{t^2 + 400}$$

donde *t* es el tiempo transcurrido (en minutos) y $G(t)$ son las ganancias/pérdidas (en miles de euros).

a) $[\![\ 1\ punto\ ]\!]$ Calcula cuánto tiempo hay que estar jugando para ganar lo máximo posible y cuál es dicha cantidad máxima.

b) $[\![\ 0,4\ puntos\ ]\!]$ Cuanto más tiempo se dedica a jugar, ¿más dinero se gana? Razona la respuesta.

c) $[\![\ 0,4\ puntos\ ]\!]$ ¿Puede llegarse a perder dinero en caso de jugar mucho tiempo? Razona la respuesta.

d) $[\![\ 0,7\ puntos\ ]\!]$ ¿Cuál es la tendencia de la evolución de las ganancias/pérdidas? ¿La relacionas con alguna característica de la función?

APARTADO 3.2 $[\![\ 2,5\ puntos\ ]\!]$

Sea $f(x)$ la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & si \quad -2 \le x < 0 \\ -x+2 & si \quad 0 \le x < 2 \\ x^2 - 4x + 4 & si \quad 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

a) $[\![\ 1\ punto\ ]\!]$ Analiza la continuidad de la función en el intervalo $(-2,\ \ 4)$.

b) $[\![\ 0,5\ puntos\ ]\!]$ Realiza la representación gráfica de la función.

c) $[\![\ 1\ punto\ ]\!]$ Calcula el área comprendida entre la función y el eje de abscisas *OX* .

PROBLEMA 4

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2

APARTADO 4.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones: la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 botones y la tercera 4 botones. Cada una de las cajas contiene sólo un botón rojo.

Si elijo una caja al azar y extraigo de ella un botón al azar:

a) $[\![\, 0,9\ puntos \,]\!]$ Calcula la probabilidad de que sea un botón rojo.

b) $[\![\, 0,9\ puntos \,]\!]$ Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraído de la primera caja?

c) $[\![\, 0,7\ puntos \,]\!]$ Juntamos los botones de las tres cajas en una bolsa de la que extraemos con reemplazamiento cuatro botones al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tres sean rojos?

APARTADO 4.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas numeradas del 000 al 999.

a) $[\![\, 0,5\ puntos \,]\!]$ Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.

b) $[\![\, 0,5\ puntos \,]\!]$ Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.

c) $[\![\, 0,4\ puntos \,]\!]$ Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcular la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.

d) $[\![\, 0,3\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que el número premiado sea capicúa?

e) $[\![\, 0,8\ puntos \,]\!]$ Entre las papeletas numeradas, encuentra aquella cuyo número cumple la siguiente condición: si sumamos dicho número y 25 veces su inverso la suma que se obtiene es la mínima.

PROBLEMA 5

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2

APARTADO 5.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

En un determinado mes el tiempo diario de conexión a una determinada aplicación de inteligencia artificial del alumnado de una cierta universidad sigue una distribución normal de media 210 minutos y de varianza 144 minutos^2.

a) $[\![\, 1\ punto \,]\!]$ Obtén el intervalo característico para el 80 %.

b) $[\![\, 0,3\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día sea superior a 228 minutos?

c) $[\![\, 0,8\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día esté entre 200 y 210 minutos?

d) $[\![\, 0,4\ puntos \,]\!]$ Seleccionada una muestra aleatoria simple de tamaño 30, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio diario de conexión a la aplicación de inteligencia artificial sea inferior a 207 minutos?

APARTADO 5.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

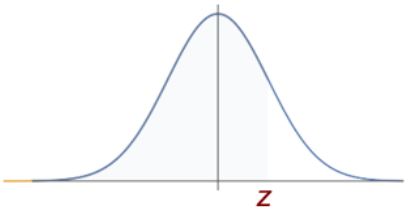
Lanzamos 6.000 veces un dado equilibrado de seis caras.

a) $[\![\, 0,9\ puntos \,]\!]$ Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco sea superior a 1.500.

b) $[\![\, 0,9\ puntos \,]\!]$ Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco esté comprendido entre 1.000 y 1.100 (incluidos los valores extremos del intervalo).

Consideramos ahora que tenemos un dado cargado. Este dado cumple que la probabilidad de que salga un número impar es el triple de la probabilidad de que salga un número par.

c) $[\![\, 0,7\ puntos \,]\!]$ Si se lanza dos veces este dado cargado, ¿cuál es la probabilidad de que en ambos lanzamientos se obtenga un número impar?



$N(0, 1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0, 1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000