GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SOCIALES II

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

- El examen costa de cinco problemas:
  - **El problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.**
  - **Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.**
- En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
  - pantalla gráfica
  - posibilidad de trasmitir datos
  - programable
  - resolución de ecuaciones
  - operaciones con matrices
  - cálculo de determinantes
  - derivadas e integrales
  - almacenamiento de datos alfanuméricos.
- **Observación importante**: No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.
- **No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.**

PROBLEMA 1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos.

Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación (tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía.

Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro.

El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2.000 €, y en el caso del tipo B a 3.000 €.

Si se vende todo lo que se fabrica:

a) $[\![\, 1,6\ puntos \,]\!]$ ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos?

b) $[\![\, 0,3\ puntos \,]\!]$ ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?

c) $[\![\, 0,6\ puntos \,]\!]$ ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

PROBLEMA 2

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2

APARTADO 2.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C.

El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Dichas latas de tomate se venden a 1, 1,8 y 3,3 €, respectivamente.

Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €. Queremos saber cuántas latas hemos comprado de cada fabricante.

a) $[\![\, 1\ punto \,]\!]$ Plantea el sistema de ecuaciones que resuelve el problema.

b) $[\![\, 1,5\ puntos \,]\!]$ Resuelve el problema.

APARTADO 2.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Dada la matriz $A(a)$:

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) $[\![\, 0,6\ punto \,]\!]$ Calcula, razonadamente, el valor de a para que el determinante de $A^2(a)$ valga 4.

b) $[\![\, 1\ punto \,]\!]$ Comprueba si la matriz $A(a)$ es regular (invertible) para los valores de a obtenidos en el apartado anterior. Si es regular para el caso $a = 2$, calcula $A^{-1}(a)$.

c) $[\![\, 0,9\ puntos \,]\!]$ Determina la siguiente matriz M y el valor de su determinante:

$$M = A^t(2) \cdot A^{-1}(2)$$

PROBLEMA 3

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2

APARTADO 3.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Las funciones $E(x)$ y $D(x)$ representan, respectivamente, el rendimiento de dos pintores, Eneko y Deiene un determinado día que trabajan durante 8 horas.

Ambas funciones miden los metros cuadrados pintados por hora y se pueden determinar mediante las expresiones:

$$E(x) = -x^2 + 19x + 66 \quad 0 \le x \le 8$$

$$D(x) = -x^2 + 5x + 150 \quad 0 \le x \le 8$$

a) $[\![\, 0,3\ puntos \,]\!]$ ¿Qué pintor tiene mejor rendimiento inicial?

b) $[\![\, 0,6\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es el mayor rendimiento de Eneko? ¿Cuándo se da?

c) $[\![\, 0,5\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es el mayor rendimiento de Deiene? ¿Cuándo se da?

d) $[\![\, 0,3\ puntos \,]\!]$ ¿Cuándo tienen ambos el mismo rendimiento?

e) $[\![\, 0,8\ puntos \,]\!]$ Al final de la jornada laboral de ese día, ¿cuántos m^2 ha pintado Deiene en total?

APARTADO 3.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

Sea la función $f(x)\colon (0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$f(x) = \frac{a\,x^2 + b}{x}$$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$.

a) $[\![\, 1,25\ puntos \,]\!]$ Calcula el valor de los parámetros a y b.

b) $[\![\, 0,75\ puntos \,]\!]$ Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, cuando $a = b = -1$.

c) $[\![\, 0,5\ puntos \,]\!]$ Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, $f(x)$, algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo.

PROBLEMA 4

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2

APARTADO 4.1 $[\![\, 2,5\ puntos]\!]$

Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores.
Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.
Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

a) $[\![\, 1\ puntos]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?

b) $[\![\, 1,5\ puntos]\!]$ Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

APARTADO 4.2 $[\![\, 2,5\ puntos]\!]$

Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamente el primer día es del 10 %, la de estudiar los dos días es del 10 % y la de no hacerlo ningún día es del 25 %.
Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

a) $[\![\, 0,75\ puntos]\!]$ El segundo día.

b) $[\![\, 1\ punto]\!]$ Solamente el segundo día.

c) $[\![\, 0,75\ puntos]\!]$ El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

PROBLEMA 5

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados: APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2

APARTADO 5.1 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

En un determinado año, la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el *Grado en Arquitectura Técnica* sigue una distribución normal de media 6,8 puntos y desviación típica 0,6 puntos.

Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en el *Grado en Biomedical Engineering* sigue una distribución normal de media 7 puntos y desviación típica 0,5 puntos.

En ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito que tiene las mejores calificaciones. Si Yolanda ha obtenido una nota de 7,25 puntos y Teresa de 7,45 puntos, ¿a qué grados tendrán opción de acceso?

APARTADO 5.2 $[\![\, 2,5\ puntos \,]\!]$

La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento es una variable aleatoria, X, que sigue una distribución normal de media μ y varianza 169 cm^2.

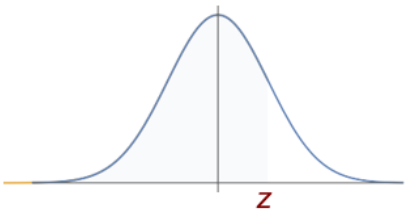
A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 81 se estima que la media es 175 cm.

a) $[\![\, 0,4\ puntos \,]\!]$ Indica cuál es la distribución de la media muestral, $\bar{X}$.

b) $[\![\, 0,75\ puntos \,]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura media esté entre 172 y 182 cm?

c) $[\![\, 0,75\ puntos \,]\!]$ En la distribución de la media muestral, $\bar{X}$, obtén el intervalo característico para el 99 %.

d) $[\![\, 0,6\ puntos \,]\!]$ Si se quiere estimar la estatura media del personal de dicho servicio de forma que el error máximo admisible no sobrepase los 2 cm, con un nivel de confianza del 94 %, ¿cuántas personas se tendrán que escoger para formar parte de la muestra?



$N(0, 1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0, 1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000