Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATEAN SARTZEKO PROBA

2025eko EZOHIKOA

MATEMATIKA II

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2025

MATEMÁTICAS II

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

Este examen tiene CINCO ejercicios, de 2,5 puntos cada uno. EL PRIMER EJERCICIO ES OBLIGATORIO y de los otros cuatro debes elegir TRES.

En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

Las respuestas deben escribirse con bolígrafo azul o negro. No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrable, ni bolígrafo de otro color.

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATEAN SARTZEKO PROBA

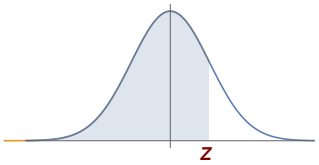
2025eko EZOHIKOA

MATEMATIKA II

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2025

MATEMÁTICAS II



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO OBLIGATORIO (2,5 puntos). Según estimación de cifras de cáncer en 2024, el número de cánceres diagnosticados en España durante el año 2024 alcanzará los 286.664 casos, lo que supone un ligero incremento del 2,65 % respecto a 2023 con 279.260 casos, según el informe "Las cifras del cáncer en España 2024", elaborado por la Sociedad Española de Oncología Médica (SEOM) y Red Española de Registros de Cáncer (REDECAN).

La estimación por edad y sexo es la siguiente: 5,56 % menores de 45 años, de los cuales el 62,86 % son mujeres; 59,77 % mayores de 65 años, de los cuales el 39,11 % son mujeres; del resto, el 42,25 % son mujeres.

(a) **(0,75 puntos)** Seleccionada al azar una persona que ha tenido cáncer en 2024, calcula la probabilidad de que sea mujer.

(b) **(0,75 puntos)** Calcula el número probable de mujeres que han tenido cáncer en 2024 que son mayores de 65 años.

(c) **(0,75 puntos)** Seleccionada al azar una mujer que ha tenido cáncer en 2024, calcula la probabilidad de que tenga 65 años o menos.

(d) **(0,25 puntos)** Seleccionada al azar una persona que ha tenido cáncer en 2024, ¿qué es más probable, que sea mujer o que no lo sea? Razona tu respuesta teniendo en cuenta únicamente los resultados anteriores.

SEGUNDO EJERCICIO (2,5 puntos). Responde **solo a uno** de los dos apartados.

(2A) Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 3z = 3 + \alpha y \\ z + \alpha x + y - 2 = 0 \\ x + 2z - y = 1. \end{cases}$$

(a) **(1,5 puntos)** Discute la existencia de solución según los valores del parámetro α.

(b) **(1 punto)** Si es posible, resuélvelo en el caso $\alpha = 0$.

(2B) Sean α un número real y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) **(0,5 puntos)** Encuentra los valores del parámetro α para los que existe la matriz inversa de A.

(b) **(2 puntos)** En el caso particular en que $\alpha = 0$ calcula, si es posible, A^{-1} y A^{2025}.

TERCER EJERCICIO (2,5 puntos). Responde **solo a uno** de los dos apartados.

(3A) (2,5 puntos) Halla el punto P' simétrico de $P(4, -3, 0)$ respecto de la recta r que pasa por los puntos $A(-2, 0, 1)$ y $B(-2, -1, 0)$.

(3B) Sean π el plano que pasa por los puntos $A(2, 3, 4)$, $B(3, -1, -2)$, $C(5, -1, 2)$ y r la recta que pasa por los puntos $D(6, -5, -4)$, $E(7, 1, 4)$.

(a) **(1,5 puntos)** Calcula el ángulo entre el plano π y la recta r, expresando el resultado en grados, minutos y segundos.

(b) **(1 punto)** En caso de que r y π se corten, calcula el punto de intersección. En caso contrario, calcula la distancia entre la recta r y el plano π.

CUARTO EJERCICIO (2,5 puntos). Responde **solo a uno** de los dos apartados.

(4A) Sea $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 3x - 4}$.

(a) **(1 punto)** Encuentra las asíntotas de la función f.

(b) **(1 punto)** Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.

(c) **(0,5 puntos)** Calcula la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 0$.

(4B) Nos han pedido que hagamos un estudio para la fabricación de tazas cilíndricas. Como condición han impuesto que deben tener una capacidad de 216π cm^3. La empresa quiere que la fabricación sea lo más económica posible.

(a) **(1,5 puntos)** Calcula las especificaciones de medidas que deben enviar a fabricación para lograr el objetivo.

(b) **(1 punto)** Las tazas irán coloreadas por el exterior con un material cuyo coste es de 3 €/m^2. Calcula el coste de imprimación de una taza.

QUINTO EJERCICIO (2,5 puntos). Responde **solo a uno** de los dos apartados.

(5A) Calcula las dos integrales siguientes:

(a) **(1,25 puntos)** $\int (2x+5)e^{2x}\,dx$.

(b) **(1,25 puntos)** $\displaystyle\int \frac{x+7}{x^2+10x+25}\,dx$.

(5B) Se consideran la parábola de ecuación $y = x^2 - 3x$ y la recta de ecuación $x + y = 8$.

(a) **(1,25 puntos)** Dibuja el recinto limitado por esas dos curvas.

(b) **(1,25 puntos)** Calcula el área del trozo de ese recinto que queda en el primer cuadrante.