UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Curso Académico 2024/2025

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

Tiempo de realización: 1 HORA Y 30 MINUTOS

El examen consta de 4 ejercicios. La PARTE 1 consta de dos ejercicios, cada uno de los cuales se puntúa con 2 puntos: el primero de carácter competencial y obligatorio; el segundo puede elegirse entre dos opciones dadas. En las PARTES 2 y 3 se realizará un ejercicio en cada una, puntuado con 3 puntos, con posibilidad de elegir entre dos opciones.

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad de almacenar o transmitir datos. Si el estudiante es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

PARTE 1. NÚMEROS Y ÁLGEBRA

EJERCICIO 1

1. Una empresa fabrica y vende dos modelos de armarios de oficina A y B. Para fabricar un armario del modelo A se necesitan 3 horas para su construcción y 4 horas de pintura; cada uno del modelo B, necesita para estos procesos 6 y 2 horas respectivamente. La empresa dispone semanalmente de un máximo de 60 horas para la construcción de estos armarios y de un máximo de 32 horas para la pintura. Cada armario modelo A genera un beneficio de 200 euros y cada uno del modelo B, 300 euros. A la empresa le interesa saber cuántos armarios de cada tipo debe fabricar para maximizar su beneficio. Se pide:

a) **(0,5 PUNTOS)** Plantea el problema de programación lineal que permita calcular cuántos armarios de cada tipo se deben producir para maximizar el beneficio.

a) **(0,5 PUNTOS)** Representa la región factible.

b) **(0,5 PUNTOS)** Indica cuáles son las coordenadas de los vértices de dicha región.

c) **(0,5 PUNTOS)** Indica cuántos armarios de cada tipo deben fabricarse para maximizar el beneficio. Indica el valor de dicho beneficio máximo.

EJERCICIO 2

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (2.1 o 2.2):

(Opción 1)

2.1. a) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de "k" para que la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ k & -5 \end{pmatrix}$ verifique la igualdad: $A^2 = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) **(1 PUNTO)** Comprueba que la matriz $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ también verifica que $B^2 = I_2$. Calcula la matriz inversa de B. Calcula una matriz X que verifique: $B\,X = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(Opción 2)

2.2 Dadas las matrices $A = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$, se pide:

a) **(0,5 PUNTOS)** Demuestra que se cumple la igualdad: $A\,A^T = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) **(1,5 PUNTOS)** Calcula una matriz X para que se cumpla la igualdad: X A + B = B A

(A^T representa la matriz traspuesta de A)

PARTE 2. ANÁLISIS

EJERCICIO 3

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (3.1 o 3.2)

(Opción 1)

3.1. Sea la función $f(x) = x^3 + a\,x^2 + 36\,x + 5$ (a: número real). Se pide:

a) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de "a" para que la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto (2, f (2)) tenga por ecuación: y = 37. Estudia si la función posee un máximo o un mínimo relativo en x=2.

b) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de "a" para que haya un cambio de concavidad de la función en x = 5.

c) **(1 PUNTO)** Qué valor debe tomar "a" para que se verifique la igualdad:

$$\int_2^4 (3\,x^2 + 2ax + 36)\,dx = 152$$

(Opción 2)

3.2. Un empresario ha realizado un estudio para analizar la evolución de su negocio durante 6 meses. Los ingresos, en miles de euros, vienen dados por la función:

$f(t) = t^3 - 3t + 10$ con $0 \leq t \leq 6$ (t: meses transcurridos desde el inicio del estudio)

Se pide:

a) **(1,25 PUNTOS)** Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. Calcula cuándo los ingresos han sido máximos y cuándo mínimos en el intervalo de tiempo considerado, [0, 6], e indica cuándo se han alcanzado.

b) **(0,25 PUNTOS)** Calcula en qué momento los ingresos han sido de 12000 euros

c) **(0,75 PUNTOS)** Representa gráficamente la función en el intervalo [0, 6].

d) **(0,75 PUNTOS)** Calcula en qué punto de la gráfica anterior, la pendiente de la recta tangente a la curva en dicho punto es igual a 9. Indica la ecuación de dicha recta.

PARTE 3. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

EJERCICIO 4

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (4.1 o 4.2):

Opción 1

4.1. Una empresa de motos fabrica uno de sus modelos en tres plantas distintas A, B y C, que producen respectivamente el 35%, el 25% y el 40% de las unidades. El modelo está disponible en dos versiones, gasolina y eléctrica. Mientras en la planta B el 65% de las motos fabricadas son de gasolina, en la C sucede lo contrario y el 65% de las motos son eléctricas. Sabemos también que, de la producción total, el 60% de las motos son de gasolina. Se pide:

a) **(1,25 PUNTOS)** ¿Qué porcentaje de motos fabricadas por la planta A son de gasolina?

b) **(0,5 PUNTOS)** ¿Son independientes los sucesos "moto fabricada en la planta B" y "moto de gasolina"?

c) **(1,25 PUNTOS)** Se elige una moto al azar de dicha empresa, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada en la planta B si la moto es eléctrica.

(Opción 2)

4.2. Resuelve los apartados A) y B):

A) **(1 PUNTO)** De dos sucesos A y B sabemos que $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ y que, además, A y B son independientes. Calcula: P(B), $P(A \cup B)$, $P(A / B)$ y $P(\overline{A} / B)$.
($\overline{A}$ representa el suceso complementario o contrario de A)

B) La duración, en horas, de un tipo de bombilla sigue una distribución normal de media μ y desviación típica igual a 250 horas.

B.1) **(1 PUNTO)** Se toma una muestra aleatoria de 100 bombillas y la duración media de estas bombillas ha sido 2000 horas. Calcula un intervalo de confianza del 95% para la media μ.
B.2) **(1 PUNTO)** Calcula el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que al estimar μ, con el mismo nivel de confianza, el error sea inferior a 20 horas.

Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Curso Académico 2024/2025

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

Tiempo de realización: 1 HORA Y 30 MINUTOS

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y EVALUACIÓN

EJERCICIO 1 (2 PUNTOS)

a) Plantear las restricciones del problema (0,3 puntos)
Expresión de la función objetivo (0,2 puntos)
b) Representación gráfica de la región factible (0,5 puntos)
c) Cálculo de las coordenadas de los vértices de la región factible (0,5 puntos)
d) Evaluar la función objetivo en los vértices (0,2 puntos)
Calcular el número de armarios de cada tipo a producir (0,2 puntos)
Valor del beneficio máximo (0,1 puntos)

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

Opción 2.1.

a) Realizar el producto A.A (0,3 puntos); plantear el sistema A.A = I (0,3 puntos); resolver ecuación resultante (0,4 puntos)
b) Comprobar que B.B = I_2 (0,2 puntos); calcular inversa de B (0,4 puntos); calcular la matriz X (0,4 puntos)

Opción 2.2.

a) Demostrar que A A^T = I_2 (0,5 puntos)
b) Despejar XA en la ecuación matricial (0,5 puntos)
Despejar X (0,5 puntos)
Realizar las operaciones con matrices necesarias para calcular X (0,5 puntos)

EJERCICIO 3 (3 PUNTOS)

Opción 3.1.

a) Saber que f ' (2) = 0 o que f (2) = 37 (0,3 puntos); obtener el valor de "a" (0,3 puntos); estudiar si en x= 2 hay máximo o mínimo relativo (0,4 puntos)
b) Plantear: f '' (x) = 0 (0,6 puntos); resolver ecuación y calcular el valor de "a" (0,4 puntos)
c) Integrar la función dada/darse cuenta de que f(x) es una primitiva (0,4 puntos)
Aplicar la regla de Barrow (0,4 puntos)
Resolver la ecuación que resulta y calcular el valor de "a" (0,2 puntos)

Opción 3.2.

a) Resolver f '(x) > 0, f '(x) < 0 y calcular intervalos pedidos (0,5 puntos); calcular extremos absolutos (0,75 puntos).
b) Plantear y resolver f (t) = 12 (0,25 puntos)
c) Realizar la gráfica de la función (0,75 puntos)
d) Calcular pendiente de recta tangente: f ' (t) = 9; obtener punto y ecuación de la recta (0,75 puntos)

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Opción 4.1.

a) **R**ealizar un diagrama de árbol o esquema similar indicando los distintos casos (0,25 puntos); expresar correctamente las probabilidades que se deducen del enunciado (0,25 puntos); calcular probabilidad pedida (0,75 puntos)

b) Calcular P (B ∩ G) (0,25 puntos); comprobar que: P (B ∩ G)≠ P(B). P(G) (0,25 puntos)

c) Calcular P (B ∩ E) (0,5 puntos); P(E) (0,25 puntos); P(B/E) (0,5 puntos)

Opción 4.2.

A) Calcular P(B) (0,25 puntos), P (A ∪ $\overline{B}$) (0,25 puntos) P(A/B) (0,25 puntos) y P ($\overline{A}$/B) (0,25 puntos)

B) B.1.) Indicar correctamente la fórmula del intervalo de confianza (0,25 puntos); Cálculo de $z_{\alpha/2}$ (0,5 puntos); calcular el intervalo pedido (0,25 puntos)
B.2.) Fórmula del error (0,5 puntos); calcular el valor de "n" (0,5 puntos)